

时间地理支持下的核密度估计研究进展

尹章才, 康自强

(武汉理工大学资源与环境工程学院, 武汉 430070)

摘要:时间地理核密度估计是经典核密度估计(KDE)基于时间地理的一种扩展,主要是将标准核函数的定义域扩展至时间地理的时空可达域,以通过增强定义域在时空方面的物理意义来避免非零密度被分配到可达域之外的问题。时空可达域包括时空碟和由时空碟复合而成的潜在路径区域(PPA)。这2类可达域用作核函数的定义域能解决上述问题,但也带来了新的问题。基于时空碟构建的核函数能叠加成PPA上的概率密度,但敏感于时空碟的时间点。而基于PPA构建的核函数相较于理想布朗桥模型缺乏双峰特性,且也不能生成时空碟上的概率密度函数。因此,时间地理与KDE相结合的研究还处于应用前的理论探索阶段,论文的目标就是对这一进程进行梳理并引出未来的发展趋势。论文围绕时空轨迹不确定性量化这一目标,首先回顾了时间地理与核密度估计的不同功用,然后对两者相融合的意义、框架和模式进行了阐述。最后,认为时间地理的可达域代替核密度估计的定义域是改进时空轨迹不确定性测度的重要手段,但距离目标的落地还有一定的距离。

关键词:核密度估计;时间地理学;潜在路径区域;时空轨迹

在地理信息科学(geographic information science, GIS)的历史上,还没有哪一次像今天全球应对COVID-19危机时那样,移动分析和移动观察在决策中发挥如此重要的作用^[1];今天,我们比以往任何时候都更加认识到移动数据和分析在城市规划、危机缓解和公共卫生方面的重要性^[2]。尽管基于GPS的轨迹数据已广泛用于旅行调查和交互性研究中,但与研究可靠性内在相关的移动数据缺失仍然是一个至关重要且具有挑战性的问题^[3]。在致力于研究移动数据缺失的进展中发挥重要作用的2个工具——核密度估计(kernel density estimation, KDE)与时间地理,因能分析移动不确定性的密度分布与可达性(可达与不可达的两分法)^[4]而在GIS及相关领域得到广泛应用,如行为模式^[5-12]、数据质量一致性评价^[13-14]、路径规划^[15-16]、人员搜救^[17-18]以及运动生态学^[19]等。

标准KDE,在二维空间是一种以圆为定义域、以圆心为中心的衰减函数,会将非零的概率分配到

移动对象的可达域之外^[19],其原因是KDE完全忽略了轨迹点间的运动和时间约束^[20]。时间地理正是将这些约束映射成可达域的重要工具,因此,与KDE结合在理论上能够避免上述不足^[21-23]。这种结合的研究目前在GIS领域得到广泛关注^[24],普遍采用的方法是将时间地理的棱柱切片(移动对象在某一时刻的可达范围,又称为时空碟)充当KDE核函数的定义域。然而,这种以棱柱切片为定义域的扩展KDE在估计棱柱的潜在路径区域(移动对象在成对轨迹点期间的可达范围, potential path areas, PPA)的密度分布时敏感于切片自定义的时间点。为此,基于PPA的核函数纷纷被提出,如Downs^[25]的方法和布朗桥的方法^[20,26]。但这些方法的机理不同,对相同的时空轨迹数据会估计出不同的密度分布。综上,基于PPA的不同核函数方法尚未统一,且与棱柱切片的核函数也未形成统一的数学基础。因此,时间地理与KDE的结合研究有待进一步深入。

收稿日期:2021-09-03;修订日期:2021-11-27。

基金项目:国家自然科学基金项目(42171415)。[Foundation: National Natural Science Foundation of China, No. 42171415.]

第一作者简介:尹章才(1972—),男,湖北大冶人,副教授,主要从事时间地理和时空数据挖掘研究。

E-mail: yinzhangcai@whut.edu.cn

引用格式:尹章才,康自强. 时间地理支持下的核密度估计研究进展[J]. 地理科学进展, 2022, 41(1): 64-72. [Yin Zhangcai, Kang Ziqiang. Advances in kernel density estimation supported by time geography. Progress in Geography, 2022, 41(1): 64-72.]
DOI: 10.18306/dlkxjz.2022.01.006

1 时间地理与核密度基础

时空轨迹数据因局部缺失会带来时空不确定性,它在整体确知下能在一定程度上进行逼近,主要是基于时间地理的定性估计和基于KDE的定量估计。

1.1 时间地理的定性估计

聚焦于轨迹点间的时空不确定性,时间地理学引入了棱柱概念^[27],以刻画移动对象在成对轨迹点期间以最大可能速度(记为 v_{\max})所能到达的全体时空位置^[28]。在形态上,棱柱是分别以2个时空轨迹点为顶点的2个反向圆锥体的交集, v_{\max} 越大,棱柱及其圆锥角越大(图1a);棱柱轴(又称时空路径)表征了运动趋势。时间地理中经常使用与棱柱相关的2个关键概念:PPA和时空碟。PPA是时空棱柱在平面空间的足迹或投影^[29-31](图1b),表示成对轨迹点(记为 s, e)期间(记为 $[t_s, t_e]$)的潜在路径区域,即以点 s 和 e 为焦点、以 $v_{\max}(t_e - t_s)$ 为长轴的椭圆。时空碟(记为 $\text{STD}(t)$)是棱柱对应于任一时刻 $t \in [t_s, t_e]$ 的横切

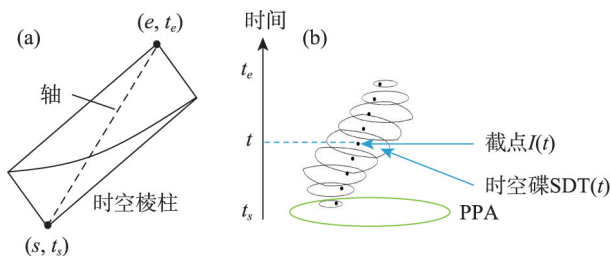


图1 棱柱(a)及其离散化表示(b)

Fig.1 Prism (a) and its discrete representation (b)

面,在空间上是PPA的子集。对应地,轴的截点(记为 $I(t)$)是轴基于时刻 t 的线性插值点。显然,PPA是 $[t_s, t_e]$ 期间内全部时空碟 $\text{STD}(t)$ 的并集^[32]。

时间地理能回答诸如这样的问题:个体 a 在时刻 t 是否有可能位于某个位置点 x ,或是否有可能与另一个个体 b 相遇? 回答这些结果为布尔值0或1的定性问题是简单的,仅通过测试点 x 是否属于个体 a 在时刻 t 的时空碟,或者测试个体 a 与 b 在时刻 t 各自的时空碟是否相交^[33]即可知。随着应用深入,时间地理学已由均质空间向网络空间(如公路网,图2a)^[34-35]和障碍空间(包含障碍物或限行区域的地理空间)^[36]渗透,相应的应用领域也不断扩展^[37],如在复杂空间中通过救援人员与失踪者的棱柱交互来优化救援方案(图2b)。

然而,时间地理将时空棱柱作为整体来看待,并不区分棱柱内局部的差异性,从而不能回答与局部或定量相关的问题:个体 a 在时刻 t 位于哪个位置点的概率最大,或与个体 b 在哪个时刻相遇的可能性最大? 一般情况下,局部差异性的量化需要为棱柱内各位置分配概率^[33],这引出了核密度估计。

1.2 核密度的定量估计

核密度估计(KDE)用于估计平滑的经验概率密度函数。现在,KDE是一种常用的空间分析技术,用于将地理分布的点集合转换为GIS环境中的密度面^[40],以描述地理事件分布在面状^[41-42]或网状^[43-46]空间上的强度。例如,在流行病学和犯罪学领域,KDE已用于模拟犯罪或疾病事件在空间分布的密度面^[47-49],有时形象地称为密度云^[33]。

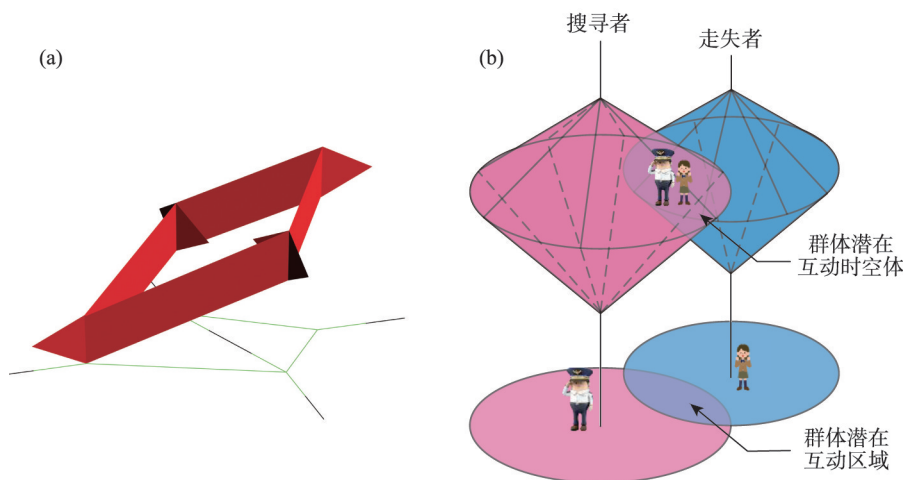


图2 (a) 公路网上的时空棱柱^[38]和(b)时空棱柱的相交测试^[39]

Fig.2 (a) Prisms on the road network^[38] and (b) test of intersection of space-time prism^[39]

在数学上,KDE是对全部核函数的线性叠加和求平均,其核心是核函数。二维空间的核函数可描述为:

$$K_h(x-X_i)=\frac{1}{h^2}K\left(\frac{x-X_i}{h}\right) \quad (i=1,2,\cdots,n) \quad (1)$$

式中: $K_h(x-X_i)$ 作为缩放核函数,表示点 x 的概率; X_i 为地理事件发生地的位置点, n 为其数量; h 为带宽; $K(\cdot)$ 表示那个远小近大的权重函数,如高斯函数。 $K_h(x-X_i)$ 的定义域就是以 X_i 为中心、以带宽 h (很大程度上取决于主观判断)为搜索半径的区域。图3a是表示2个定义域的2个圆 \odot_s 和 \odot_e 。定义域的半径对于常见的三角核和均匀核就是带宽,而对于正态核可视作为带宽的标准差的3倍。

核函数的上述定义域应用于时空轨迹(移动对象途经地理位置的时间序列^[50])时,会出现:位于 \odot_s (或 \odot_e) 内的非零密度出现在PPA之外的不可达位置上(图3b)^[19],其原因是两定义域(即 $\odot_s \cup \odot_e$)未受时空约束。因此,应用于移动轨迹的核函数应考虑轨迹点的时间约束,这也推动了核函数与时间地理的联合。

2 时间地理与核函数的联合

时间地理与核函数的联合主要是时间地理架起了核函数与时空约束的桥梁,即时间地理为核函数提供带时空约束的定义域。

2.1 联合的基本框架

KDE包括核函数和叠加方式2个部分,在时空轨迹中的应用经历了3个形态,涉及地理信息、运动生态、地理、交通和公共卫生等领域的运动分析^[51-53]。其一,将时空轨迹退化为空间离散点,每个离散点作为标准核函数的控制点,这是GIS核密

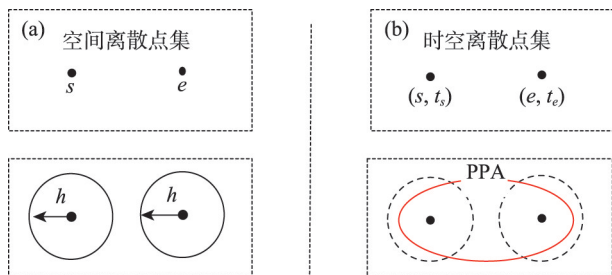


图3 (a) 核函数定义域及(b) PPA与核函数定义域的关系

Fig.3 (a) Domain of a kernel function, and (b) the relationship between PPA and the domain of the kernel function

度估计中常用的方法;其二,利用时空轨迹点的时态信息,为标准核函数的叠加提供带时间自相关的权重,为核密度估计去除时间自相关性;其三,时间地理的可达域代替标准核函数的定义域。在本质上,上述3个形态可以归为2类,即核函数类和叠加方式类(图4)。

在叠加方式方面,标准核方法采用线性叠加,即核函数的等权重相加。这种方式对于采样时间间隔固定的时空轨迹是有效的^[54]。为了响应不规则的采样时间间隔,经典方式已扩展成非线性叠加^[40,48],即核函数的差异权重相加。权重分配的基本思路是对时间点上接近并因此具有自相关轨迹点的核函数分配相对较小的权重,反之分配较大的权重^[55];这样,非线性叠加的已有KDE能避免时空轨迹采样间隔的不规则性带来的时间自相关问题。然而,这种扩展的KDE仍采用以圆为定义域的标准核,并未引入时空轨迹的时间约束,这意味着考虑时间维的KDE需要融入时间地理。

在核函数方面,在以时空轨迹点的空间位置为核函数控制点的基础上,核函数的定义域采用时间地理的可达域(包括时空碟和PPA),以增强核密度函数定义域的物理意义和避免非零密度分配到可达域之外。考虑时间维的KDE的2个方面,即以可达域为定义域的核函数和去时间自相关的非线性叠加,目前尚处于独立扩展阶段,未来的深入研究和应用在客观上要求深度融合。

总体上,非线性叠加的理论依据成熟,而核函数(包括控制点、定义域和解析式)与时间地理的融合还不完善,下面将对这方面的研究进程进行回顾。

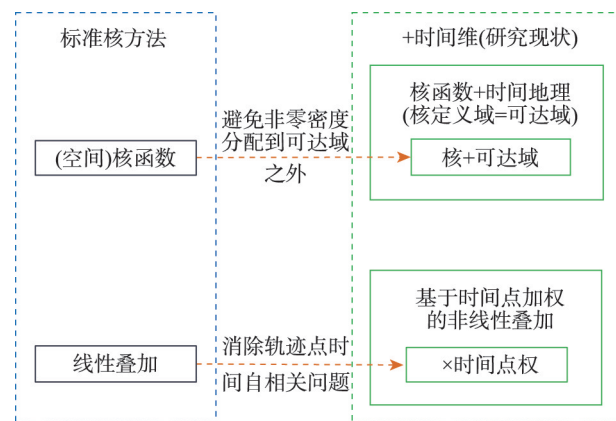


图4 KDE基于时间扩展的框架

Fig.4 KDE framework based on time extension

2.2 联合的基本方法

时空核密度函数应综合考虑时空间变量^[48]。KDE的核函数,作为一种由中心向四周衰减的概率密度函数,涉及控制点、定义域和解析式。时间地理到核函数的渗透主要是采用时间地理的可达域代替核函数的定义域,同时也对核函数的其他2个要素(控制点和解析式)产生影响。根据可达域的类型,时间地理与核函数的联合可以具体为核函数分别与时间地理的时空碟和与PPA的联合。

2.2.1 核函数与时空碟的联合

时空碟(可达域)充当核函数的定义域,能避免非零密度配置到可达域之外。其基本思路是:以2个轨迹点 s 和 e 为例(图5a),建立时空棱柱(图5b)及给定时间点 t 对应的时空碟 $STD(t)$ 和轴截点 $I(t)$ (图5c),以 $I(t)$ 为控制点以 $STD(t)$ 为定义域构建概率时空碟 $K_{STD(t)}(x-I(t))$ (图5d)。定义域的改变,也对核函数的其他2个要素(控制点和解析式)产生影响。传统的标准核函数以轨迹点为控制点,而概率时空碟以轴截点为控制点。这是由于时空碟中不总有轨迹样本点,这与布朗桥在任一时刻的高斯核一致。高斯核也同样适用于时空碟^[33],但概率时空碟采用的是截断高斯核。

概率时空碟已用于动态交互(个体运动受到其他运动个体影响的观点^[29]),例如回答人类与野生动物研究和公共卫生领域中诸如相互吸引或排斥的交互模式^[56]。然而,概率时空碟假设最大概率沿着棱柱轴分布^[57],这在非均质空间(如城市空间)不一定成立。另一方面,概率时空碟的线性叠加能用于描述特定位置被使用强度的概率面(图5e),回答动物家域^[29,58]或最大可能找寻^[59]等问题。这种叠加可具体化为:

$$\hat{f}_{PPA}(x) = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m K_{STD(t)}(x - I(t)) \quad (2)$$

式中: $\hat{f}_{PPA}(x)$ 是2个锚点期间内全部 m 个概率时空碟在点 x 处的概率算术平均值,它对自定义的离散时间点 t (包括其数量 m 和自相关性)敏感。如随着 m 的增加,概率密度向PPA中部聚集,其原因是中部接受的权重多于边缘。为便于图示,图6中3个近邻时刻的概率时空碟 $K_{STD(t_1)}$ 、 $K_{STD(t_2)}$ 和 $K_{STD(t_3)}$ 的差异被忽略。其中,图6a标定了 $K_{STD(t_1)}$ 在4个位置点 x_1 、 x_2 、 x_3 和 x_4 的密度,即B、B、2B和B;图6b叠加了 $K_{STD(t_3)}$,则点 x_4 的密度为2B;类似地,图6c又叠加了 $K_{STD(t_2)}$,则点 x_4 的密度为4B。这样, x_1 和 x_4 的密度比由1:1变为1:2及1:4。类似地,时间点聚集区获得

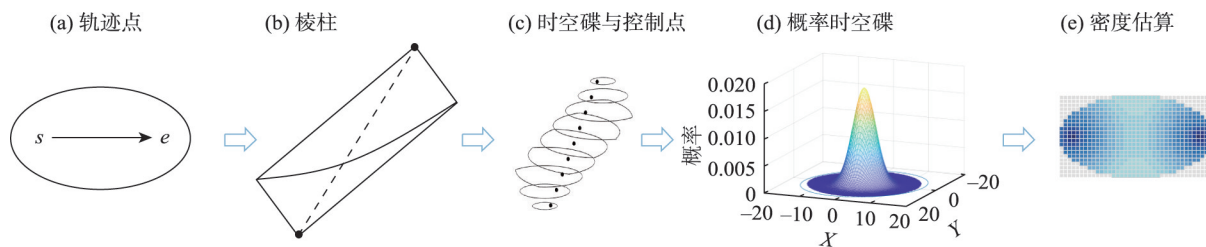


图5 时间地理密度估算的过程示意图

Fig.5 Density estimation process of time geography

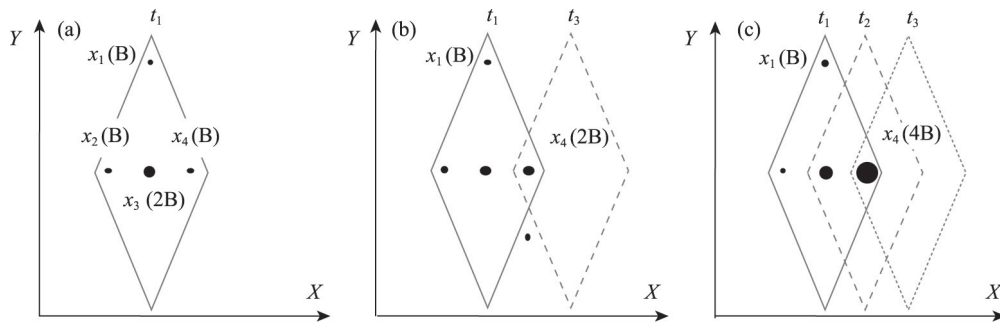


图6 (a) 概率时空碟、(b) 2个概率时空碟的叠加和(c) 3个概率时空碟的叠加

Fig.6 (a) Probability space-time disc, (b) superposition of two probabilistic space-time discs, and (c) superposition of three probabilistic space-time discs

权重也多。这意味着,概率时空碟难以通过叠加方式对PPA上的概率密度函数进行估计。

考虑到PPA是时空碟的并集,基于PPA直接构建的核函数可视为时空碟核函数的广义相加(如带权相加或非线性相加),它相较于式(2)的间接方法避免了时间点敏感性及其带来的有偏密度估计。

2.2.2 核函数与PPA的联合

PPA是时间地理的另一可达域形态,与时空碟的关系是:PPA是锚点期间的可达域,而时空碟则是某一时刻的可达域。PPA作为定义域,同样能避免核函数将非零密度分配到可达域之外。由于布朗桥是受2个时空点(桥墩)制约的正态过程,因而其期间正态密度函数(可视为核函数)在空间上的积分^[20,26]可视为广义PPA的密度云——假设 v_{\max} 无穷大(相应PPA无穷大)。其形态具有这样的特点:2个轨迹点处具有2个极大峰值,等密度线不是椭圆。然而,布朗桥在现实空间中仍未普及^[60],这与布朗桥在时间地理学中的局限性有关^[24],如布朗桥假设的随机走在非均质空间难以实现。

Downs^[25]定义了形于标准核函数的PPA密度函数:

$$G_i(x) = \frac{1}{[(t_{i+1} - t_i)v_{\max}]^2} G\left(\frac{\|x - X_i\| + \|X_{i+1} - x\|}{(t_{i+1} - t_i)v_{\max}}\right) \quad (3)$$

式中: $G(\cdot)$ 是随距离比率衰减的函数;距离比率是权重点 x 到两锚点的距离之和(分子)除以长轴(分母)的值。 $G(\cdot)$ 对于分子相等的点分配相同的权重,这意味着其等密度线为与PPA同焦点的椭圆。这样,2个锚点间的最小成本路径上分布着相同的最大概率,从而以2个锚点为控制点的PPA概率密度函数在控制点处没有极大值,即不具有双峰特性。

2.3 联合的基本关系

定义域被代替为可达域,使得核密度函数能避免非零密度分配到不可达位置的问题。基于此,以时空碟和以PPA为定义域的2类核密度函数,已分别用于动态交互和密度估计(图7)。然而,这2类核函数尚缺乏统一的解析式,这与它们之间的关系不协调:PPA是时空碟的并集,和PPA核可视为时空碟核的广义相加。因此,时间地理与核密度函数结合的未来研究方向将考虑两者的统一和转化问题。

3 结论与讨论

本文从时间地理核函数及其叠加2个方面回顾

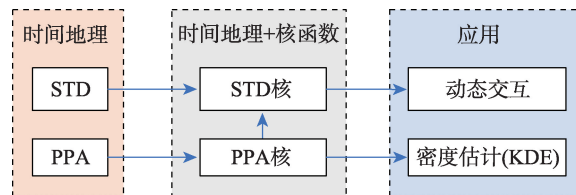


Fig.7 Extension and application of two kinds of time geographic kernel functions

了时间地理核密度估计的进展。①时间地理核函数方面,标准核函数的定义域正从空间域(如密度圆)走向时间地理的可达域(时空碟)。这避免了标准核函数将非零密度分配到不可达位置或将零密度分配到可达位置等情形,同时标准核函数忽略轨迹点的时态信息而无法开展与时间约束有关的研究得到了突破。②时间地理核函数的叠加方面,早期的时间地理核密度估计方法在叠加上沿用了标准核密度估计的叠加方式,即线性叠加,将每个核函数的权重视为相等(核函数的个数的倒数);这种方式忽略了时空碟的时间自相关性,会造成时空碟核函数在时态上聚集的区域密度大、而在稀疏的区域密度小的问题。随着研究的推进,人们还发现时空碟核函数的线性叠加不仅相关于核函数的权重,还涉及其数量,即数量越多,核密度向时空路径的聚集程度越高;这意味着,时间地理核密度估计采用时空碟核函数不能获得稳定的密度估计,从而难以实现对时空不确定性有效测度的目的。这背离于时间地理渗透到KDE以改善时空不确定性测度的初衷,一方面影响了时间地理对时空行为不确定性的无偏密度估计和动态交互;另一方面也制约了KDE在时空行为分析领域的扩展,包括野生动物家域划分、个体出行模式分析、疫情动态交互等不同领域。

当前,时间地理对时空行为不确定性的定量研究正面临实践应用和理论构建的发展趋势,但现有的时间地理核密度估计方法既难以支撑大规模非均质社会空间的实践应用对无偏密度估计的根本要求,也难以支撑时空碟核函数理论对由时空碟构成的PPA上的密度云的无偏估计。因此,本文总结出未来时间地理核密度估计的2个发展方向,即通过PPA代替作为核密度函数定义域的时空碟,辅助无偏密度估计理论的构建;通过与泛在时空大数据全样本概率密度分布的对比和实证研究,在完善PPA核密度估计方法的基础上推动无偏密度估计

实践的应用。

中国的时间地理核密度估计虽然起步较晚,但发展速度较快,从早期学习、借鉴国外概率时间地理,到近年来与国外学者合作开展多领域的时间地理核密度估计,密度估计的方法不断完善,部分方法已走向国际前沿,但仍有提升的空间。例如,在非洲草原野生斑马的家域估计中^[37],尚未顾及时空轨迹不规则采样时间间隔及其给密度估计带来的时间自相关影响;时空轨迹重采样是一种常见的GIS领域的解决方法,但也不可避免地带来了信息丢失的风险,因此未来需要从去自相关的角度建立用于非线性叠加的考虑时间自相关的系数。此外,结合PPA和非线性叠加的时间地理核密度估计方法在中国还处在探索阶段,未来的估计方法中需要重视PPA概念和非线性叠加技术的应用,深入挖掘时空行为轨迹背后隐藏的时空不确定性概率密度分布,探讨行为地理学^[61]领域中个体、群体与社区两两之间的动态交互模式,识别周围环境对个体和群体时空行为的制约因子,为社区配套设施和城市时空资源的科学评价及合理优化提供量化依据。

本文所总结的时间地理核密度估计研究的2个未来趋势,也将是中国时间地理核密度估计未来发展需要重视的问题。期待中国未来的时间地理核密度估计在完善现有方法的基础上,沿着上述2个方向努力提升核函数基于时空约束扩展的理论建模水平以及去时间自相关性的无偏密度估计的精度与可信度,推动时间地理无偏概率密度估计在野生动物领地保护、社区配套设施合理配置、城市疫情精细化防控等方面的实践应用,推动中国行为地理学研究的时空行为不确定性测度理论的构建。

参考文献(References)

- [1] Dodge S, Gao S, Tomko M, et al. Progress in computational movement analysis- towards movement data science [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2020, 34(12): 2395-2400.
- [2] Kraemer M U G, Yang C H, Gutierrez B, et al. The effect of human mobility and control measures on the COVID-19 epidemic in China [J]. *Science*, 2020, 368: 493-497.
- [3] Zhao P X, Jonietz D, Raubal M. Applying frequent-pattern mining and time geography to impute gaps in smartphone-based human-movement data [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2021, 35(11): 2187-2215.
- [4] 王亚飞, 袁辉, 陈碧宇, 等. 行程时间不确定环境下地点可达性研究 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2019, 44(11): 1723-1729. [Wang Yafei, Yuan Hui, Chen Biyu, et al. Measuring place-based accessibility under travel time uncertainty. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2019, 44(11): 1723-1729.]
- [5] 关美宝, 申悦, 赵莹, 等. 时间地理学研究中的GIS方法: 人类行为模式的地理计算与地理可视化 [J]. *国际城市规划*, 2010, 25(6): 18-26. [Kwan Mei-Po, Shen Yue, Zhao Ying, et al. GIS methods in time-geographic research: Geocomputation and geovisualization of human activity patterns. *Urban Planning International*, 2010, 25(6): 18-26.]
- [6] 杨倍倍, 曲英杰, 王金鑫. 基于移动数据和时间地理学的大学生行为模式构建与分析 [J]. *地理信息世界*, 2018, 25(1): 77-81. [Yang Beibei, Qu Yingjie, Wang Jinxin. Construction and analysis of college students' behavior patterns based on mobile data and time geography. *Geomatics World*, 2018, 25(1): 77-81.]
- [7] 赵志远, 尹凌, 方志祥, 等. 轨迹数据的时间采样间隔对停留识别和出行网络构建的影响 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2018, 43(8): 1152-1158. [Zhao Zhiyuan, Yin Ling, Fang Zhixiang, et al. Impacts of temporal sampling intervals on stay detection and movement network construction in trajectory data. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(8): 1152-1158.]
- [8] Yang X P, Fang Z X, Xu Y, et al. Spatial heterogeneity in spatial interaction of human movements: Insights from large-scale mobile positioning data [J]. *Journal of Transport Geography*, 2019, 78: 29-40.
- [9] Zhao Z Y, Shaw S L, Yin L, et al. The effect of temporal sampling intervals on typical human mobility indicators obtained from mobile phone location data [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2019, 33(7): 1471-1495.
- [10] 柴彦威, 李春江, 张艳. 社区生活圈的新时间地理学研究框架 [J]. *地理科学进展*, 2020, 39(12): 1961-1971. [Chai Yanwei, Li Chunjiang, Zhang Yan. A new time-geography research framework of community life circle. *Progress in Geography*, 2020, 39(12): 1961-1971.]
- [11] Shi W Z, Chen P F, Shen X Q, et al. An adaptive approach for modelling the movement uncertainty in trajectory data based on the concept of error ellipses [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2021, 35(6): 1131-1154.
- [12] 涂伟, 曹劲舟, 高琦丽, 等. 融合多源时空大数据感知城市动态 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2020, 45(12): 1875-1883. [Tu Wei, Cao Jinzhou, Gao Qili, et al. Sensing urban dynamics by fusing multi-sourced spatiotempo-

- ral big data. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(12): 1875-1883.]
- [13] Bonnier A, Finné M, Weiberg E. Examining land-use through GIS-based kernel density estimation: A re-evaluation of legacy data from the berbatilimnes survey [J]. *Journal of Field Archaeology*, 2019, 44(2): 70-83.
- [14] Loraamm R W, Downs J A, Lamb D. A time-geographic approach to quantifying wildlife-road interactions [J]. *Transactions in GIS*, 2019, 23(1): 70-86.
- [15] 戚铭尧, 吴涛, 张新. 车辆路径问题: 从时间地理学的视角 [J]. *地球信息科学学报*, 2015, 17(1): 22-30. [Qi Mingyao, Wu Tao, Zhang Xin. Vehicle routing problem: From a perspective of time geography. *Journal of Geo-information Science*, 2015, 17(1): 22-30.]
- [16] Cheng S W, Xie B, Bie Y M, et al. Measure dynamic individual spatial-temporal accessibility by public transit: Integrating time-table and passenger departure time [J]. *Journal of Transport Geography*, 2018, 66: 235-247.
- [17] 周文娟, 张明锋, 林广发. 失散人员时空信息模糊匹配模型 [J]. *地球信息科学学报*, 2017, 19(7): 886-894. [Zhou Wenjuan, Zhang Mingfeng, Lin Guangfa. A fuzzy matching model of spatial-temporal information of dispersed person. *Journal of Geo-information Science*, 2017, 19(7): 886-894.]
- [18] 张学辉. 基于云平台的寻找失踪老人系统设计与开发 [D]. 赣州: 江西理工大学, 2018. [Zhang Xuehui. Design and development of the system for finding missing elders based on cloud platform. Ganzhou, China: Jiangxi University of Science and Technology, 2018.]
- [19] Downs J, Horner M, Lamb D, et al. Testing time-geographic density estimation for home range analysis using an agent-based model of animal movement [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2018, 32(7): 1505-1522.
- [20] Buchin K, Sijben S, Arseneau T J M, et al. Detecting movement patterns using Brownian bridges [C]// Association for Computing Machinery. SIGSPATIAL '12: Proceedings of the 20th international conference on advances in geographic information systems. California, USA, 2012: 119-128.
- [21] Song Y, Miller H J. Simulating visit probability distributions within planar space-time prisms [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2014, 28(1): 104-125.
- [22] Long J A, Weibel R, Dodge S, et al. Moving ahead with computational movement analysis [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2018, 32(7): 1275-1281.
- [23] Yin Z C, Li S J, Ying S, et al. Method for calculating the encounter probability in network space [J]. *Transactions in GIS*, 2020, 24(2): 402-422.
- [24] Long J A, Nelson T A. A review of quantitative methods for movement data [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2013, 27(2): 292-318.
- [25] Downs J A. Time-geographic density estimation for moving point objects [M]// Fabrikant S I, Reichenbacher T, van Kreveld M, et al. *Geographic Information Science*. Berlin, Germany: Springer, 2010: 16-26.
- [26] Horne J S, Garton E O, Krone S M, et al. Analyzing animal movements using Brownian bridges [J]. *Ecology*, 2007, 88(9): 2354-2363.
- [27] Hägerstrand T. What about people in regional science? [J]. *Papers in Regional Science*, 1970, 24(1): 7-24.
- [28] Miller H J, Dodge S, Miller J, et al. Towards an integrated science of movement: Converging research on animal movement ecology and human mobility science [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2019, 33(5): 855-876.
- [29] Long J, Nelson T. Home range and habitat analysis using dynamic time geography [J]. *The Journal of Wildlife Management*, 2015, 79(3): 481-490.
- [30] Demšar U, Long J A. Potential path volume (PPV): A geometric estimator for space use in 3D [J]. *Movement Ecology*, 2019, 7: 14. doi: 10.1186/s40462-019-0158-4.
- [31] Elias D, Kuijpers B. A note on measuring the volume of space-time prisms and the area of their spatial projections [J]. *Transactions in GIS*, 2020, 24(5): 1427-1436.
- [32] Kuijpers B, Technitis G. Space-time prisms on a sphere with applications to long-distance movement [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2020, 34(10): 1980-2003.
- [33] Winter S, Yin Z C. Directed movements in probabilistic time geography [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2010, 24(9): 1349-1365.
- [34] Chen B Y, Yuan H, Li Q Q, et al. Spatiotemporal data model for network time geographic analysis in the era of big data [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2016, 30(6): 1041-1071.
- [35] Song Y, Miller H J, Zhou X S, et al. Modeling visit probabilities within network-time prisms using Markov techniques [J]. *Geographical Analysis*, 2016, 48(1): 18-42.
- [36] Hong I, Murray A T. Efficient measurement of continuous space shortest distance around barriers [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2013, 27(12): 2302-2318.
- [37] Yin Z C, Wu Y, Winter S, et al. Random encounters in

- probabilistic time geography [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2018, 32(5): 1026-1042.
- [38] Kuijpers B, Othman W. Modeling uncertainty of moving objects on road networks via space-time prisms [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2009, 23(9): 1095-1117.
- [39] 刘钊, 罗智德, 张耀方, 等. 基于时空棱柱的人员搜寻范围优化 [J]. *地球信息科学学报*, 2014, 16(4): 531-536. [Liu Zhao, Luo Zhide, Zhang Yaofang, et al. The optimization of the search area in a search and rescue process based on GIS. *Journal of Geo-information Science*, 2014, 16(4): 531-536.]
- [40] Nakaya T, Yano K. Visualising crime clusters in a space-time cube: An exploratory data-analysis approach using space-time kernel density estimation and scan statistics [J]. *Transactions in GIS*, 2010, 14(3): 223-239.
- [41] Yuan K, Cheng X Q, Gui Z P, et al. A quad-tree-based fast and adaptive kernel density estimation algorithm for heat-map generation [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2019, 33(12): 2455-2476.
- [42] Kafi K M, Barau A S, Aliyu A. The effects of windstorm in African medium-sized cities: An analysis of the degree of damage using KDE hotspots and EF-scale matrix [J]. *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 2021, 55: 102070. doi: 10.1016/j.ijdrr.2021.102070.
- [43] Mohaymany A S, Shahri M, Mirbagheri B. GIS-based method for detecting high-crash-risk road segments using network kernel density estimation [J]. *Geo-Spatial Information Science*, 2013, 16(2): 113-119.
- [44] Tang L L, Kan Z H, Zhang X, et al. A network kernel density estimation for linear features in space-time analysis of big trace data [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2016, 30(9): 1717-1737.
- [45] Moradi M M, Rodríguez-Cortés F J, Mateu J. On kernel-based intensity estimation of spatial point patterns on linear networks [J]. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 2018, 27(2): 302-311.
- [46] Deng M, Yang X X, Shi Y, et al. A density-based approach for detecting network-constrained clusters in spatial point events [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2019, 33(3): 466-488.
- [47] Hatzakis A, Chulanov V, Gadano A C, et al. The present and future disease burden of hepatitis C virus (HCV) infections with today's treatment paradigm: Volume 2 [J]. *Journal of Viral Hepatitis*, 2015, 22: 26-45.
- [48] Lee J, Gong J F, Li S W. Exploring spatiotemporal clusters based on extended kernel estimation methods [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2017, 31(6): 1154-1177.
- [49] Li M F, Shi X, Li X, et al. Sensitivity of disease cluster detection to spatial scales: An analysis with the spatial scan statistic method [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2019, 33(11): 2125-2152.
- [50] Laube P. The low hanging fruit is gone: Achievements and challenges of computational movement analysis [J]. *SIGSPATIAL Special*, 2015, 7(1): 3-10.
- [51] 李明晓, 张恒才, 仇培元, 等. 一种基于模糊长短期神经网络的移动对象轨迹预测算法 [J]. *测绘学报*, 2018, 47(12): 1660-1669. [Li Mingxiao, Zhang Hengcai, Qiu Peiyuan, et al. Predicting future locations with deep fuzzy-LSTM network. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2018, 47(12): 1660-1669.]
- [52] 方志祥, 倪雅倩, 黄守倩. 融合Markov与多类机器学习模型的个体出行位置预测模型 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2021, 46(6): 799-806. [Fang Zhixiang, Ni Yaqian, Huang Shouqian. A multi-model fusion model of individual travel location prediction using Markov and machine learning methods. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(6): 799-806.]
- [53] Demšar U, Long J A, Benitez-Paez F, et al. Establishing the integrated science of movement: Bringing together concepts and methods from animal and human movement analysis [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2021, 35(7): 1273-1308.
- [54] Katajisto J, Moilanen A. Kernel-based home range method for data with irregular sampling intervals [J]. *Ecological Modelling*, 2006, 194(4): 405-413.
- [55] Fleming C H, Sheldon D, Fagan W F, et al. Correcting for missing and irregular data in home-range estimation [J]. *Ecological Applications*, 2018, 28(4): 1003-1010.
- [56] Oliver N, Lepri B, Sterly H, et al. Mobile phone data for informing public health actions across the COVID-19 pandemic life cycle [J]. *Science Advances*, 2020, 6(23): eabc0764. doi: 10.1126/sciadv.abc0764.
- [57] Saeedimoghaddam M, Keyanpour-Rad M, Shafizadeh-Moghaddam H, et al. A probabilistic space-time prism to explore changes in white Stork habitat use in Iran [J]. *Ecological Indicators*, 2017, 78: 156-166.
- [58] Kie J G, Matthiopoulos J, Fieberg J, et al. The home-range concept: Are traditional estimators still relevant with modern telemetry technology? [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 2010, 365: 2221-2231.
- [59] 林婉妮, 王诺. 国际海上救援效率比较研究: 以东海特定水域为例 [J]. *海洋通报*, 2019, 38(4): 438-446. [Lin

- Wanni, Wang Nuo. A comparison study on the rescue efficiency in the international waters: A case of the specific waters in the East China Sea. *Marine Science Bulletin*, 2019, 38(4): 438-446.]
- [60] Downs J A, Horner M W, Tucker A D. Time-geographic density estimation for home range analysis [J]. *Annals of GIS*, 2011, 17(3): 163-171.
- [61] 柴彦威, 陈梓烽. 时空间行为调查的回顾与未来展望 [J]. *人文地理*, 2021, 36(2): 3-10. [Chai Yanwei, Chen Zifeng. Sp-space-time behavior surveys: State-of-the-art and prospectspace-time. *Human Geography*, 2021, 36(2): 3-10.]

Advances in kernel density estimation supported by time geography

YIN Zhangcai, KANG Ziqiang

(School of Resources and Environmental Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: Time geographic kernel density estimation is an extension of classical kernel density estimation (KDE) based on time geography. It mainly extends the definition domain of the standard kernel function to the space-time reachable domain of time geography, so as to avoid the problem of non-zero density being assigned outside the reachable domain by enhancing the physical meaning of the definition domain in space-time. The space-time reachable area includes the space-time disc and the potential path area (PPA) compounded by the space-time disc. These two types of reachable domains can be used as the domain of the kernel function to solve the above problems, but they also bring new problems. The kernel function constructed based on the space-time disc can be superimposed into the probability density on the PPA, but it is sensitive to the time point of the disc. Compared with the ideal Brown Bridge model, the kernel function constructed based on PPA lacks bimodal characteristics, and cannot generate the probability density function on the space-time disc. Therefore, the research on the combination of time geography and KDE is still in the stage of theoretical exploration before application. The goal of this article is to sort out this process and elicit future development trends. Focusing on the goal of quantifying the uncertainty of space-time trajectory, this article first reviews the different functions of time geography and KDE, and then elaborates the meaning, framework and mode of the integration of the two. Finally, this article believes that the time-geographic reachable domain instead of the domain of KDE is an important means to improve the uncertainty measurement of space-time trajectory, but there is still a certain distance from the landing of the target.

Keywords: kernel density estimation; time geography; potential path area; space-time trajectory