研究方法

暴雨径流及洪水予报综述

王广德

一般来讲解决暴雨径流及河流实时予报有两种途径，一种是水文学途径；另一种是水力学途径。所谓水文学途径就是通过暴雨径流过程或上下游洪水资料分析出单位线或通过联立求解连续方程和蓄量方程得到转移函数；所谓水力学途径就是求解Saint—Venant 方程组及各种简化形式。

水文学方法　这种方法从宏观的角度来解决出流过程，这种方法又分为两种：一种是由暴雨径流过程或上下游洪水资料直接分析出单位线，即黑箱子方法，没有一定的物理概念。另一种是概化模型，即将流域或河段概化成梯级水库或其它演算单元，然后再根据其物理规律导出有物理意义的概化模型。

一、黑箱子方法　很早以来，水文学者就通过暴雨径流的实际过程分析出单位线。50年代以前基本上采用试错法，这种方法简单而误差较大。为此，1955年施奈德用最小二乘法推导单位线，1959年澳大利亚的鲍第（Body）发展了这项研究。由施奈德和鲍第提出的程序利用了全部方程式和最小二乘法的准则以推求单位线的未知纵坐标的最优值。单位线方程式的矩阵形式如下：

$$\{y\}_{p+1}=[x]_{p+1,n+1}\{h\}_{n+1,1} \tag{1}$$

等式两边同乘$[x]^T$，则上式变为

$$[x]^T_{n+1,p+1}[y]_{p+1,1}=[x]^T_{n+1,p+1}[x]_{p+1,n+1}\{h\}_{n+1,1} \tag{2}$$

这样就可推求出未知的单位线纵坐标向量

$$\{h\}_{n+1,1}=\{[x]^T[x]\}^{-1}[x]^T\{y\} \tag{3}$$

式中　h—是单位线纵坐标向量；x—是入流向量；y—是出流向量。

这样推算出的单位线纵坐标有时会出现负值，为此1973年意大利水文学家 Todini 教授提出了约束性线性系统模型，其模型结构为

$$q=HU+E \tag{4}$$

式中　q—出流向量；H—入流向量；U—单位线纵坐标向量；E—噪声（误差）。

这个模型在确定参数时采用的目标函数是使E的平方和最小，再加上两个约束性条件，一个是等式约束，即水量平衡；另一个是不等式约束，使响应的数值（单位线纵坐标）不为负值。这两个约束条件是符合实际的。这个模型能够较好地解决同时推求多个输入的单位线或汇流曲线问题，可以说使单位线方法发展到了一个新的阶段。

近年来，以多元线性回归方法为基础的总径流线性响应模型（TLR）在河流实时予报中得到了长足的发展，应用效果显著。其模型的矩阵形式为

$$Q=I^{(1)}C^{(1)}+I^{(2)}C^{(2)}+\cdots\cdots+I^{(j)}C^{(j)} \tag{5}$$

式中　Q—为输出系列的（n×1）阶列向量

$I^{(j)}$—为第 j 个输入系列的（n×L(j)）阶矩阵，

$C^{(j)}$—为第 j 个输入系列相应的脉冲响应纵坐标的[L(j)×1]阶向量，

V—为随机误差的（n×1）阶列向量。

式（6）可写成

$$Q=[I^{(1)}I^{(2)}\cdots I^{(j)}]\begin{bmatrix}C^{(1)}\\C^{(2)}\\C^{(3)}\\\vdots\\C^{(j)}\end{bmatrix} \tag{6}$$

令$I=[I^{(1)}I^{(2)}\cdots I^{(j)}]$，$C^T=[C^{(1)T}C^{(2)T}\cdots C^{(j)T}]$

则上式变为

$$Q=IC+V$$

其最小二乘法的解为

$$\hat{C}=(I^TI)^{-1}I^TQ \tag{7}$$

1978年，Garrick 等提出一种表示水文时间系列季节性变化的概念，称之为季节均值q_d，

$$q_{d,i}=\frac{1}{n}\left(q_{d,1}+q_{d,2}+\cdots\cdots+q_{d,n}\right) \tag{8}$$

式中$q_{d,i}$表示第 i 年第d 天的水文变量。

根据式（8），可以得到周期日平均值$Q_d^{\cdot}$（总体值）的一个估计值$\hat{q}_d$，由于用以计算季节均值的资料年限较短，求得的季节均值不可避免地带有随机扰动，而显示出振荡，为此，应当设法使季节均值光滑，常用的方法是富氏级数，根据Jenkins的研究，只需相当的调和函数，即可确切地适配一年365天的变量，即

$$q_d=\bar{q}+\sum_{j=1}^{N}\left[A_j\cos\left(\frac{2\pi jd}{365}\right)+B_j\sin\left(\frac{2\pi jd}{365}\right)\right] \tag{9}$$

式中 $d=1,2,3,\cdots 365$

$\bar{q}$ 为均值，Aj 和Bj 系富氏系数，j 为调和函数的序数。

$$\bar{q}=\frac{1}{365}\sum_{d=1}^{365}q_d$$

$$Aj=\frac{2}{365}\sum_{d=1}^{365}q_d\cos\left(\frac{2\pi jd}{365}\right)$$

$$Bj=\frac{2}{365}\sum_{d=1}^{365}q_d\sin\left(\frac{2\pi jd}{365}\right)$$

近年来，Nash 教授等设想，若将这种重要的水文信息（q_d）并入水文模型，则可望对模型有所改进。为此，Nash 教授等建立了一种多元线性回归方程连接输入与输出离均值的线性模型，即线性扰动模型，其结构和总径流响应模型完全一样，其形式为

$$Y=X^{(1)}H^{(1)}+X^{(2)}H^{(2)}+\cdots\cdots+X^{(j)}H^{(j)}+U \tag{10}$$

式中Y 是输出离均差，即$Y=q-q_d$

X 是输入离均差，即$X=I-I_d$

二、概化模型方法 如上所述，用黑箱子方法分析出来的单位线往往会出现上下跳动，甚至会出现单位线纵标为负值的现象。为此，水文学者提出联立求解连续方程和蓄量方程，其方程式为

$$I-Q=\frac{ds}{dt} \tag{11}$$

$$S=KQ^m \tag{12}$$

式中I 一是入流；Q 一是出流；S 一是蓄量；K 一为蓄量常数；m 一为非线性指数，m＝1 时，式（2）就变成线性蓄泄关系。

我们常用的马斯京根方法就基于这两个方程，不过蓄量方程不是$S=KQ$，而是$S=K[X I+(1-X)Q]$。

1957年加里宁一米留可夫提出特征河长演算法，这种方法在60年代广泛地应用于苏联河流。同年纳希提出了串联水库的概念，导出了著名的纳希瞬时单位线，它的微分方程是

$$Q(t)=\frac{1}{(1+KD)^{n}}I(t) \quad \text{水库大小相同} \tag{13a}$$

$$Q(t)=\frac{1}{\prod_{i=1}^{n}(1+K_iD)}I(t) \quad \text{水库大小不同} \tag{13b}$$

它们的瞬时脉冲响应是

$$Q(t)=\frac{1}{KT(n)}e^{-\frac{t}{K}}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} \quad \text{水库大小相同} \tag{14a}$$

$$Q(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{K_i^{n-2}e^{-\frac{t}{K_i}}}{\prod_{j=1}^{n}(K_i-K_j)} \quad \text{水库大小不同} \tag{14b}$$

1964年周文德教授提出了连续线性水文系统模型，其形式为

$$\left(1+\sum_{i=1}^{p}\alpha_i D^i\right)Q(t)=\left(\sum_{j=0}^{q}\beta_j D^j\right)I(t) \tag{15}$$

式中$D=\frac{d}{dt}$微分因子；α_i和β_j是待定参数。

上述这些模型在概念上和数学推导上都比较严格，但这些模型都是连续性的，而所有的水文资料几乎都是离散的，因此离散性水文资料与连续性水文模型不匹配。过去一般常用的方法是将瞬时单位线变成时段单位线，然后与入流叠加得出流过程。

现在有两种方法可以将离散的水文资料与连续的模型匹配起来。一种方法是将离散的输入通过阶跃函数形式变成连续的输入，这样通过卷积可以得出出流过程线（Wang and Wu，1983）

第二种方法将连续性水文系统模型变成离散性的水文系统模型。在这方面，国外很多学者做了很多工作。1974年印度水文学家Spolia 对于线性串联水库模型提出了其离散形式。

1976年Box 和Jenkins 证明方程（15）的离散形式可由有限差分法导出。1982年O'Conner 使用了转移函数方法导出了一般连续线性时不变模型的离散形式，他用了很多例子来说明拉普拉斯和Z—变换方法在推导中的作用。

1985年根据O'Conner 和Spolia 导出的线性水库串联模型的离散形式，Wang提出了用线性规划方法来确定N个线性串联水库模型的参数。自从纳希瞬时单位线提出以后，国内外许多水文学者都在探求如何解决用矩法确定参数所存在的不能还原问题，这个方法解决了这一个问题。

1986年Wang 和Yu 提出了一般离散线性水文模型为

$$(1-a_1B-a_2B^2-\cdots\cdots-a_pB^p)Q(t)=(b_0+b_1B+b_2B^2+\cdots\cdots+b_qB^q)I(t) \tag{16}$$

式中B是向后位移因子，$B[Q(t)]=Q(t-1)$

$a_1,a_2,\cdots\cdots a_p$和$b_0,b_1\cdots\cdots b_q$为待定参数。

以前常用的水文模型如马斯京根，纳希，滞时和库拉达瓦米模型均是这个模型的特例。在这篇文章中，Wang 和Yu 提出了四种确定参数的方法，即最小二乘法，相关函数法，线性规划法

和非线性规划方法等，并根据水量平衡原理论证了所有系数之和近似等于1，由于这种模型是离散自回归形式，所以很容易写成空间变量形式，因此便于应用卡尔曼滤波方法来进行实时校正。1986年底，Wang 和 Yu 用这种滤波方法对长江万县至宜宾段进行洪水实时予报，得出了令人满意的结果。

上面讲到的都是假设蓄泄关系是线性的，即非线性指数m＝1，如果蓄泄关系是非线性，即

$$\begin{cases} S=KQ^m \quad (m\neq 1) & (12) \\ I-Q=\dfrac{ds}{dt} & (11) \end{cases}$$

对式（11）取有限差，得

$$\frac{I_1+I_2}{2}-\frac{Q_1+Q_2}{2}=\frac{S_2-S_1}{\Delta t} \qquad (11a)$$

将式（10）代入式（11a）中整理后得

$$\frac{I_1+I_2}{2}\Delta t-\frac{Q_1}{2}\Delta t+K_1Q_1^m-K_1Q_2^m-\frac{Q_2}{2}\Delta t=0$$

用Newton—Rph 方法可以得出

$$Q'_{t+1}=Q_{t+1}-\frac{\Delta t\,(Q_{t+1}+Q_t)-\Delta t\,(I_{t+1}+I_t)+2K\,(Q_{t+1}^m-Q_t^m)}{\Delta t+2Km\,Q_{t+1}^{m-1}}$$

反复迭代直到$Q'_{t+1}\doteq Q_{t+1}$为止

1980年Bras 提出了统计线性化方法。因为卡尔曼滤波需要所涉及的非线性函数的线性化。对于蓄量方程$S=KQ^m$，如何导出和上式相当的线性化方程。为此，假设

$$X_i=U_i+r_i$$

式中 U_i 是均值

r_i是高斯正态分布，具有零均值，方差等于1。

其相当的线性化函数为

$$f_a(X_i)=N_{ui}u_i+N_{ri}r_i$$

用最优化方法可以导出 N_{ui}，N_{ri} 如下解

$$N_{ui}=\frac{E[\,(u_i+r_i)^m]}{u_i}$$

$$N_{ri}=\frac{E[\,r_i(u_i+r_i)^m]}{E[r_i^2]}$$

水力学方法　19世纪，法国水力学家Saint—Venant 提出了表示水在河槽内运动的动力方程和连续方程，简称Saint—Venant（圣维南）方程组，直到目前，数学家和水力学家还没有给出这个方程的解析解。目前来讲主要采用数值解，如特征线法，差分法和有限园方法。这些方法一般计算复杂，需要计算机来实施。

70年代初期，美国天气局水文研究实验室着手研究一种动力波演算模型，这种模型为

$$\begin{cases} \dfrac{2Q}{2X}+\dfrac{\partial(A+A_0)}{\partial' t}-q_0=0 & (18) \\ \dfrac{\partial Q}{\partial t}+\dfrac{\partial(Q^2/A)}{\partial X}+gA\left(\dfrac{\partial h}{\partial x}+S_f+S_e\right)-qV_x+W_fB=0 \end{cases}$$

这是非线性偏微分方程组，它可以用显式或隐式的有限差分法求解，显示法要受到稳定条件的限

制，而隐式法除对精度要求外，对时距大小不受限制，但隐式法要求联解由上式差分得出的非线性代数方程组，可用Newton—Raphson 方法迭代。这种模型运算效率高，既准确又经济。

关于Saint—Venant 数值解的发展取决于现代数学方法的进展。除了数值解以外，还有些简化形式或线性化形式。

1982年Field 根据圣维南方程组和实际概化小流域提出了小流域响应的运动波理论，导出了小流域响应公式

$$(m+1)V\left(\frac{\partial Q}{\partial X}\right)+\frac{\partial Q}{\partial t}=(m+1)VBL_B \tag{19}$$

这是一个非线性偏微分方程，解析解很困难。

1983年Field 和 williams 使用Lax—wendroff 技术给出了上式的数值解。这个数值解方法已编成子程序，已用于澳大利亚小流域的暴雨洪水计算中，他们认为结果满意。

圣维南方程组的完全线性化方程是1965年杜格提出的，其形式为

$$(gy_0-u_0^2)\frac{\partial^2 q}{\partial x^2}-2u_0\frac{\partial^2 q}{\partial x\partial t}-\frac{\partial^2 q}{\partial t^2}=3gs_0\frac{\partial q}{\partial x}+\frac{2gs_0}{u_0}\frac{\partial q}{\partial t} \tag{20}$$

求解这个偏微分方程比较方便的还是采用拉普拉斯变换，当自变量用x 和t 表示时，脉冲反应的拉氏变换为

$$H(S)=\exp\left[-x\sqrt{as^2+bs+c}+exs+fx\right] \tag{21}$$

式中a，b，c，e，和f 取决于渠道水力特性的参数。杜格于1965年完成了上式的拉氏逆变换，即脉冲响应函数。

1979年上式的时段响应函数即（20）式的解析解才给出来。

方程式（20）左边$2u_0\frac{\partial^2 q}{\partial x\partial t}$和$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2}$等于零时，方程（20）就变成对流一扩散方程即

$$(gy_0-u_0^2)\frac{\partial^2 q}{\partial x^2}-3gs_0\frac{\partial q}{\partial x}-\frac{2gs_0}{u_0}\frac{\partial q}{\partial t}=0 \tag{22}$$

其脉冲响应的拉氏变换是

$$H(s,x)=\exp\left[\frac{ax}{2D}-x\left\{\left(\frac{a}{2D}\right)^2+\frac{s}{D}\right\}^{1/2}\right] \tag{23}$$

其脉冲响应函数是

$$h(t)=\frac{x}{\sqrt{4\pi Dt^3}}\exp\left[-\frac{(x-at)^2}{4Dt}\right] \tag{24}$$

时段响应函数为

$$U(T,x)=\frac{1}{2}\left\{\mathrm{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}-\frac{at}{2\sqrt{Dt}}\right)+\exp\left(\frac{ax}{D}\right)\mathrm{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}+\frac{at}{2\sqrt{Dt}}\right)\right. \tag{25}$$

对流扩散方程不但应用于河道洪水演算上，而且也广泛应用于地下水污染物的向外扩散，河道水污染方面。目前很多学者都在研究对流扩散方程的一维、二维数值解，比较数值解和解析解之间的差别，以便了解数值解在求解非线性对流扩散方程时的误差情况。

参 考 文 献

1.Snyder, W.M. Hydrograph Annalysis by the Method of Least Squares,Amer. Soc.Civ.Engin.,Jour.Hydraulics Div.81, 1—25.

地理系统综合定位站研究的发展过程

（纪念苏联科学院地理研究所库尔斯克生物圈站建立25周年）

A.M.格林，B.M.菲先科娃，Л.M.阿纳尼耶娃

六十年前，即1926年，A．A．格里戈里耶夫院士提出了发展地理定位站研究的设想。为实现他的思想，苏联科学院地理研究所于1946年建立了第一个定位站——天山高山站。

在距库尔斯克城不远的俄罗斯平原中央森林草原带建立了另一个定位站，它已有25年的历史，如今已成为一个综合研究地理系统的主要中心。选择建立第二个定位站的地区主要考虑要在最佳水热比例关系区和老的农业发达区进行自然地理过程发展的研究。选择定位站站址也主要考虑该地段有中央黑土保护区的自然景观，它可作为自然条件变化的对比标准，并且直接靠近库尔斯克国家农业试验站，其景观在农业活动影响下已发生了重大变化。同时苏联科学院土壤研究所，植物研究所和中央黑土保护区的研究人员和工作人员早已对这里的几种自然要素进行了深入的研究。

综合定位站先后在И．П．格拉西莫夫院士，A．П．加利佐夫，Д．Л．阿尔曼德和Ю.Л.劳涅尔的学术领导下开展工作。从1974年开始至今，定位站的学术领导人是该站建站人之一——A.M.格林。

在进行综合研究过程中，定位站的科研任务日趋复杂化，与此相应，量测和数据加工方法也不断得到完善，从传统的，简单的方法到现代化的复杂方法：应用新型量测仪器，建立信息一量测系统和装备有各类电子计算机的计算中心。扩大了进行研究的地理系统的范围：从自然的，保护区的（森林和草原）地理系统，受到人为变化的上述系统（放牧草地和割草草地），到农业系统，尔后又扩展到城市和工业系统。相应地研究工作的组织形式也发生了变化：从各研究室单独组成的野外小分队到全所规模的大型考察队，以及与科学院其他有关研究所和生产部门联合进行的日常综合性定位试验，在这些试验研究中库尔斯克站始终保持学术上的领导地位。

定位站研究从学科方向上称作是“景观地球物理”。它的任务是研究景观的生物和非生物要素间物质与能量的交换，这项研究实际上至今仍在继续进行。随着地理学的发展，定位站的科研大纲内容和实施大纲的组织形式不断变化，工作不断深入和扩展，并逐步使定位站的目的和任务转为认识人与自然的相互作用。

定位站科研发展的总趋势是查清地理系统及其要素现状——研究地理系统功能的部分机制——研究地理系统各要素间，不同地理系统间相互作用的时空形式——地理系统模拟。

库尔斯克站综合地理研究的组织工作可分为六个阶段。各个阶段的更替反映了定位站科研工作质的规律性变化。首先在1958年，在M．И．李沃维奇领导下，由A．M．格林开始在这里建立水文定位站，研究中央森林草原自然和农业地理系统的水平衡。1960年，Л．M．阿纳尼耶娃又来此增设热平衡观测，她是在Д．Л．泽尔济耶夫斯基和Ю．Л．劳涅尔的领导下研究中央黑土保护区草原地理系统辐射和热平衡。最后，1961年在水文和热平衡研究的基础上，在俄罗斯平原中央森林草原带，库

2.Body,D.N. Flood Estimation: Unit Graph Procecures Unilizing A High-Speed Digital Computer.Water Res.Found Austral (Sydney) Bul.4,41pp.illus.

3.Ezio Todini,Using Cls for Daily or Longer Period Rainfall-Runoff Mofelling.

4.Garrick, M., Cunnane C., Nash, J.E. A Criferion of efficiency for Rainfall-Runoff Modelling, Journal of Hydrology, 36 (1978),

5.Nash, J.E., and Barsi, B.I., The Linear Pertubation Model and the WMO Intercomparison, Thesis of Funucg, 1980.